

PRISMA GIRATORIO PARA ROTACION DE LA IMAGEN

P. J. LANDI y J. BARCALA

Instituto de Optica. Madrid-6

ABSTRACT

In Instrumental Optics there are cases in which one needs to produce an image rotation about its centre. This occurs, for instance, in the so called "special effects" of cinematography. In this paper a solution to this problem, based on the use of prisms, is discussed, and several numerical examples are given.

En diversos instrumentos ópticos se pretende la observación de todo el horizonte o parte de él sin que el observador tenga que acompañar al instrumento en su giro. Ello se consigue mediante la rotación de un prisma de cabeza que barre el ángulo azimutal correspondiente. Este giro lleva emparejada la rotación de la imagen en el plano focal, si el resto del instrumento, incluido el observador, no son arrastrados en el propio giro. Tal ocurre en anteojos panorámicos de observación y en periscopios de submarino entre otros, si bien en estos últimos es corriente el giro del aparato completo. Cuando se da el caso de la referida rotación de la imagen, es necesario introducir un prisma adicional que, mediante una reflexión y un giro mitad del correspondiente al de cabeza, compense la rotación de la imagen indicada. El prisma utilizado para estos fines suele ser uno del tipo de Wollaston-Dove.

Otro caso en el que se requiere tal rotación de imagen, y que es el que nos ha llevado al estudio origen de esta nota, se da en cinematografía, en los efectos especiales, cuando se desea imprimir a la imagen proyectada un giro alrededor de su punto central. Este caso ofrece dificultades particulares por las especiales condiciones en que debe realizarse.

Tales condiciones son las siguientes:

La operación se ejecuta al efectuar la réplica, positiva, del negativo directo de toma. Esta copia se rea-

liza en la razón de aumento -1 , con objetivos de apertura media del orden de $1:3$ ó $1:4$, y focales del orden de los 100 mm.

Esto produce haces notablemente convergentes y diámetro proporcionalmente grande para el objetivo.

La solución del prisma de Dove para este caso da lugar a dimensiones un poco grandes. Por otra parte, al introducir el prisma en la marcha de rayos convergente, se produciría un desplazamiento del plano imagen, lo que obligaría a un nuevo ajuste de distancias para el enfoque, así como a efectuar una inversión en el montaje del carrete de la película que compensase la media inversión producida por la reflexión en la cara del prisma. Si se desea evitar el tener que actuar sobre el carrete de la película, es preciso prever otro sistema análogo que compense la correspondiente semi-inversión de la imagen. Uno de estos elementos quedaría fijo, en tanto que el otro sería giratorio, alrededor del eje óptico del sistema, para producir la rotación deseada.

Dos son las soluciones estudiadas. La primera reduce notablemente las dimensiones del prisma, pero no evita el acoplamiento de distancia. La segunda no reduce tanto las dimensiones del prisma, pero tiene la ventaja de poder ser introducido en la marcha de los rayos, o retirado de la misma sin necesidad de variar las posiciones de objeto, imagen y objetivo de representación.

Solución A.

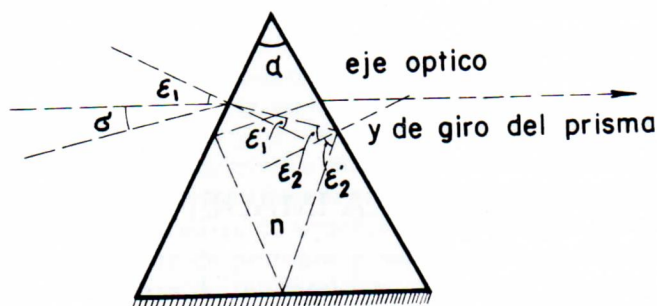


Fig. 1.—Prisma semi-inversor de visión directa.

Es del tipo representado en la figura 1. En el prisma tienen lugar dos refracciones y tres reflexiones, una en una cara especulada, la inferior, y dos con reflexión total en las laterales.

Las refracciones proporcionan la visión directa, indispensable y requerida.

Según la figura se verifica que:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \alpha$$

siendo α el ángulo del prisma, y $\varepsilon_1, \varepsilon_1'$ los ángulos respectivos de incidencia y refracción en la cara de entrada de los rayos en el prisma, y $\varepsilon_2, \varepsilon_2'$ los de incidencia y reflexión en la cara opuesta. Como para que exista reflexión total debe ser ε_2 mayor que el ángulo límite, que llamaremos l , se tendrá:

$$l < \varepsilon_2 = \alpha - \varepsilon_1$$

de donde resulta

$$\sin \varepsilon_1 < n \cdot \sin (\alpha - l)$$

que es la conocida condición para la existencia de reflexión total en las caras laterales.

Por otra parte, para el rayo medio del haz de apertura, esto es, el eje óptico del sistema, el ángulo de incidencia es

$$\varepsilon_1 = \frac{\alpha}{2}$$

que sustituido en la expresión anterior conduce a:

$$\sin \frac{\alpha}{2} < n [\sin \alpha \cdot \cos l - \cos \alpha \cdot \sin l]$$

poniendo aquí el valor de l en función del índice de refracción:

$$\sin l = \frac{1}{n}; \quad \cos l = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

se tiene:

$$\sin \frac{\alpha}{2} < \sqrt{n^2 - 1} \sin \alpha - \cos \alpha$$

expresión que liga el valor del ángulo del prisma con el índice de refracción del mismo.

Sea ahora r un rayo de campo que forma con el eje óptico del sistema un ángulo σ . El ángulo de incidencia de este rayo en la primera cara del prisma es entonces:

$$\varepsilon_1 = \sigma + \frac{\alpha}{2}$$

y la condición para que este rayo atraviese el prisma y emerja del mismo después de efectuar en su interior un recorrido análogo al efectuado por el eje óptico, que se muestra en la figura (1), será:

$$\sin \left(\sigma + \frac{\alpha}{2} \right) < \sqrt{n^2 - 1} \cdot \sin \alpha - \cos \alpha$$

es decir:

$$\frac{\sin \left(\sigma + \frac{\alpha}{2} \right) + \cos \alpha}{\sin \alpha} < \sqrt{n^2 - 1} \quad [2]$$

Esta condición da el campo máximo compatible con un cierto índice y ángulo del prisma, o bien el índice necesario para un ángulo de prisma y campo dados.

Gráficamente se pueden obtener, sin gran error, las dimensiones del prisma correspondiente.

En la práctica esta solución obliga a valores muy altos del índice de refracción, del orden de 1,7 o mayores, que, en general, conduce a vidrios fuertemente coloreados, lo que, si bien para fotografía en blanco y negro puede no tener importancia, sí es un serio inconveniente en la reproducción de los colores.

Si se quieren mantener fijas las posiciones de objeto e imagen, así como del sistema de representación, lo cual es siempre una ventaja en trabajos sistemizados de tipo industrial, es preciso colocar el prisma, o los prismas (si se desea evitar también la inversión en el carrete de la película) en marcha telescéntrica, por lo que dicho sistema debe ser doble y simétrico, situando los prismas entre ambas partes, según se indica en la figura 2.

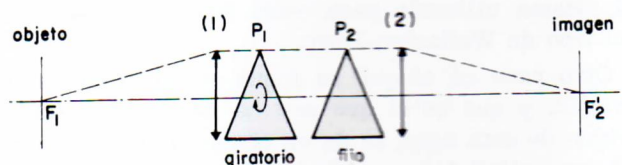


Fig. 2.—Sistema de prismas, para rotación de la imagen, acoplados en marcha de rayos paralelos.

Tallando la cara inferior reflectante en forma de techo, este prisma produce la inversión completa de la imagen en visión directa, sin desplazamiento paralelo del eje óptico y con unas dimensiones de prisma

muy reducidas. Esta forma, en teoría, podría aplicarse como sistema inversor en gemelos prismáticos o anteojos de observación terrestre de cualquier tipo. Con un prisma de dimensiones mayores puede obtenerse un desplazamiento paralelo del eje a la salida del mismo sin más que desplazar el eje, a la entrada, respecto de la posición correspondiente a la marcha simétrica en el interior del prisma, alejándolo o aproximándolo a la arista. Un grandísimo inconveniente para estos usos estriba en la enorme aberración que presenta este prisma introducido en una marcha de rayos convergente.

Solución B.

Esta solución se basa en tres reflexiones que desde el punto de vista del giro de la imagen pueden lograrse con tres espejos.

Ahora bien, si estas reflexiones se consiguen mediante un prisma, es posible encontrar una solución de compromiso tal que el desplazamiento del plano imagen, debido a la lámina plano-paralela equivalente al prisma, quede compensado por la reducción de la distancia entre objetivo e imagen a causa de la forma quebrada del haz de rayos en el interior del mismo.

De este modo el prisma puede ser introducido y retirado de la marcha de rayos sin que sea necesario nuevo enfoque ni cualquier otra manipulación para conseguir dicho efecto de rotación de la imagen. La forma del prisma se representa en la figura 3 y es idéntica a la de un prisma de Abbe de visión directa sustituyendo el techo de aquél por una superficie plana especulada, *e*.

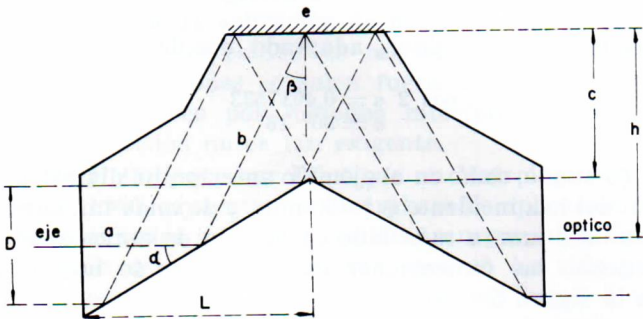


Fig. 3.—Prisma semi-inversor compensado (tipo Abbe).

De la figura se deduce inmediatamente

$$L = \frac{D}{\operatorname{tg} \alpha} \quad l = \frac{D}{\operatorname{sen} \alpha} \quad \beta = 90 - 2 \alpha$$

Por otra parte, la distancia entre las caras de entrada y salida del prisma será $2L$, mientras el camino del rayo luminoso en el interior del mismo, o espesor del prisma será:

$$d = 2 \alpha + 2 b = L + 2 b$$

pero

$$b = \frac{L}{2 \cos 2 \alpha}$$

por tanto

$$d = L + \frac{L}{\cos 2 \alpha} = L \left(1 + \frac{1}{\cos 2 \alpha} \right)$$

El desplazamiento que experimenta la posición de la imagen debido al espesor de la lámina equivalente al prisma es:

$$\Delta = \frac{n-1}{n} d = \frac{n-1}{n} \left[L \left(1 + \frac{1}{\cos 2 \alpha} \right) \right]$$

Luego, para que al introducir el prisma en la marcha de rayos se mantengan fijas las posiciones del objetivo e imagen sin desenfocar, deberá ser:

$$\Delta = d - 2 L$$

que sustituida en la expresión anterior nos da:

$$\begin{aligned} \frac{n-1}{n} \left[L \left(1 + \frac{1}{\cos 2 \alpha} \right) \right] &= \\ &= L \left(1 + \frac{1}{\cos 2 \alpha} \right) - 2 L \end{aligned}$$

en la que, despejando n , se obtiene finalmente:

$$n = \frac{1 + \cos 2 \alpha}{2 \cos 2 \alpha} \quad [3]$$

Esta expresión permite determinar el índice de refracción en función del ángulo del prisma, o viceversa, y representa la condición necesaria para que el sistema funcione en las condiciones impuestas.

Para determinar las dimensiones del prisma basta volver sobre la figura (3) de la que se deduce sucesivamente:

$$h = \frac{L \operatorname{tg} 2 \alpha}{2}; \quad c = \frac{L \operatorname{tg} 2 \alpha - D}{2} = D \frac{\operatorname{tg} 2 \alpha - 1}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

y también:

$$b = \frac{h}{\operatorname{sen} 2 \alpha} = \frac{L \operatorname{tg} 2 \alpha}{2 \operatorname{sen} 2 \alpha}$$

La longitud de la cara especulada, *e*, del prisma vendrá dada por:

$$e = \frac{2 c}{\operatorname{tg} 2 \alpha} = L - \frac{D}{\operatorname{tg} 2 \alpha} = D \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2 \alpha} \right)$$

Estos valores calculados dan las dimensiones geométricas del prisma.

