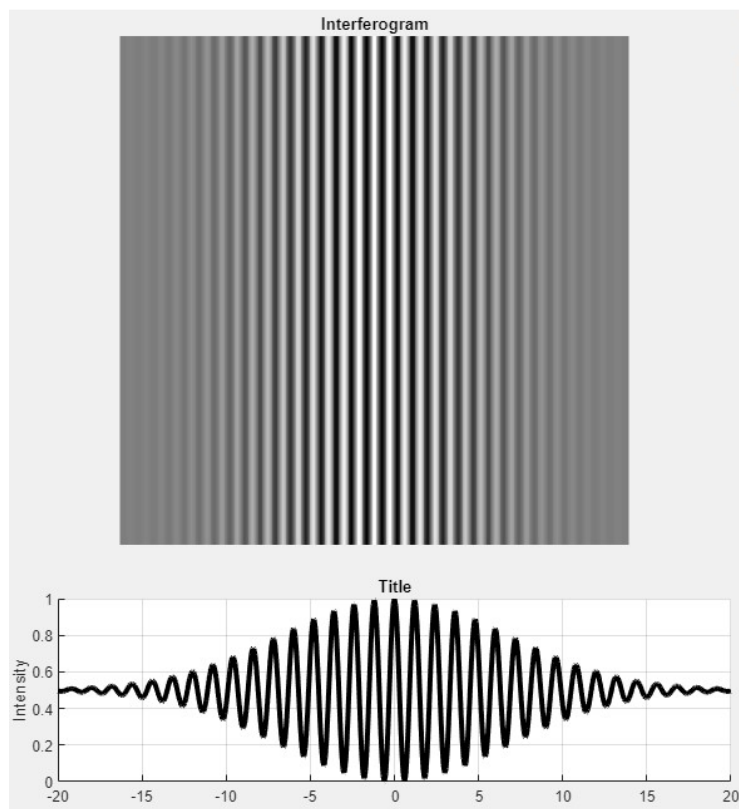
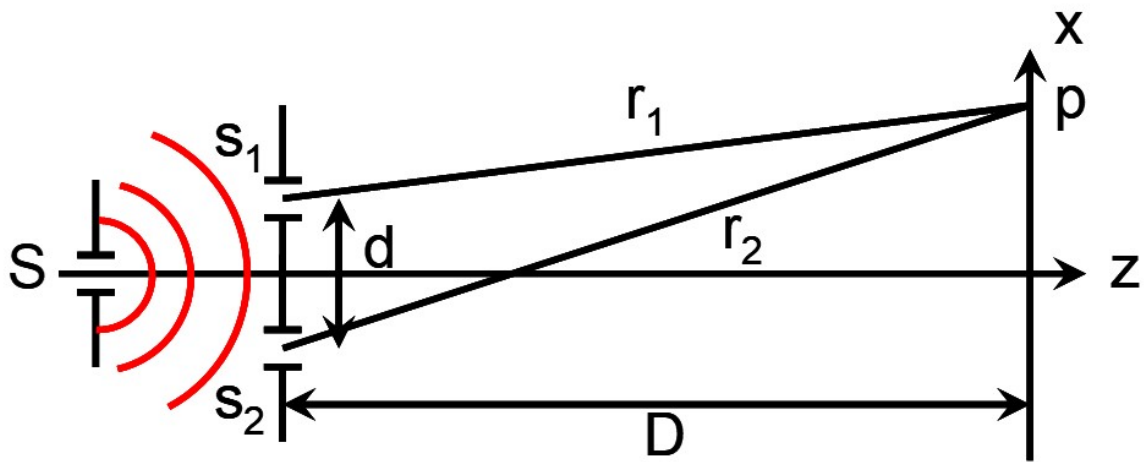


DOBLE RENDIJA



Juan Campos Coloma juan.campos@uab.es

Ángel Lizana Tutusaus angel.lizana@uab.cat

Bellaterra, 29/06/2022

1 CONTENIDO

2	Resumen teoría	3
3	INTERFAZ con el usuario	6
3.1	Parámetros de entrada	6
3.2	Resultados.....	8
4	Entrenamiento con el programa.....	11
4.1	Cálculo exacto o aproximado.....	11
4.2	Medida de la interfranja	11
	11
4.3	Rendija ancha.....	12
4.4	Uso de un espectro	12
4.5	Uso de un espectro ancho y una lámina delgada	14
4.6	rendijas con polarizaciones ortogonales.....	15
5	Internal variables & functions to program extensions	16
5.1	Parameters.....	17
5.2	Functions.....	17
5.2.1	function Calcula1L_P(app)	17
5.2.2	function Calcula2L_P(app)	17
5.2.3	function Calcula4L_P(app)	17
5.2.4	function CalculaDif_P(app)	18

2 RESUMEN TEORÍA

En la Figura 2-1 se muestra el primer montaje general de la doble rendija de Young que se simula en el programa. Tenemos una doble rendija S_1 y S_2 que están separada una distancia d . A una distancia D se sitúa una pantalla. Esta doble rendija se ilumina por la onda proveniente de otra rendija S que puede ser ancha. En el caso de rendija ancha supondremos que tiene una anchura b y que está situada a una distancia a de la doble rendija. Existe la opción de poner delante de una de las rendijas una lámina de un determinado espesor (e) con un índice de refracción n_l . De esta manera el camino óptico correspondiente a esa rendija aumenta en $e \cdot (n_l - 1)$

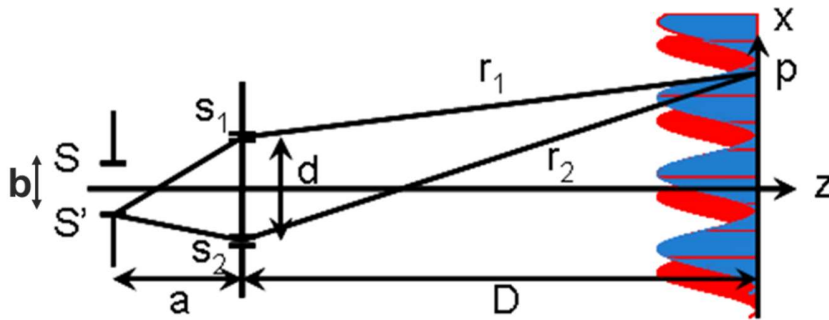


Figura 2-1 Doble rendija de Young. Se incluye la posible anchura "b" de la rendija

El segundo montaje simulado se muestra en la Figura 2-2 y se corresponde al biprisma de fresnel. En este caso se dan los parámetros siguientes: (n), índice de refracción del biprisma. (α) ángulo del prisma. (a) distancia de la rendija primaria S al biprisma. Suponiendo que estamos dentro de la aproximación paraxial, el biprisma forma dos imágenes de la fuente primaria que están en el mismo plano que la rendija primaria. Dentro de la aproximación paraxial, un rayo que entre en el biprisma sufre un desvío igual a $\delta = \frac{\theta}{2} = (n-1)\alpha$ con los ángulos medidos en radianes. La separación d entre las rendijas viene dada por $d = 2\alpha \cdot (n-1) \cdot a$

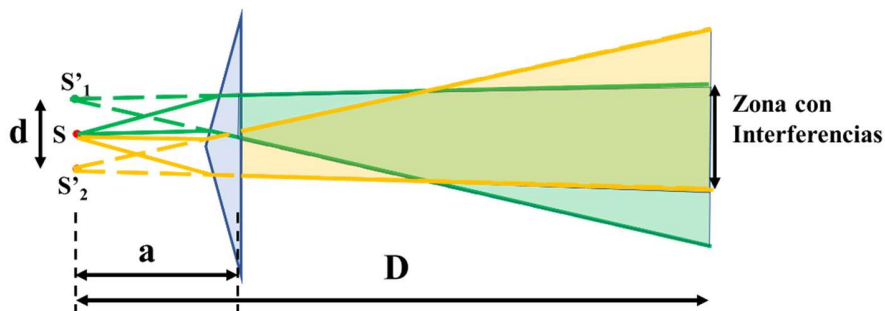


Figura 2-2. Biprisma de Fresnel con sus parámetros

Prisma delgado, con incidencia cercana a la normal

$$\varepsilon_1 = n\varepsilon'_1 \quad \varepsilon'_2 = n\varepsilon_2 \Rightarrow \frac{\theta}{2} = (n-1)\alpha$$

α es el ángulo del prisma y n su índice de refracción

En el caso de que iluminemos el sistema con una onda monocromática, temporalmente coherente, y suponiendo rendijas estrechas, la distribución de irradiancia será proporcional a

$$I(x, y) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta \quad ; A_1 = A_2 = E;$$

$$\Rightarrow I(x, y) = 2E^2 (1 + \cos \delta) \tag{1.1}$$

$E \approx cte$ en zonas cercanas al origen

$$\left. \begin{aligned} \delta(x,y) &= \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \\ r_1 &= \sqrt{D^2 + y^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \\ r_2 &= \sqrt{D^2 + y^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} \end{aligned} \right\} \delta(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{2xd}{r_1 + r_2} \tag{1.2}$$

En el caso práctico más corriente $\Rightarrow \begin{cases} D \gg d \\ D \gg x, y \end{cases} \Rightarrow \delta(x,y) \cong \frac{2\pi}{\lambda} \frac{xd}{D}$. En este caso, la separación entre las franjas

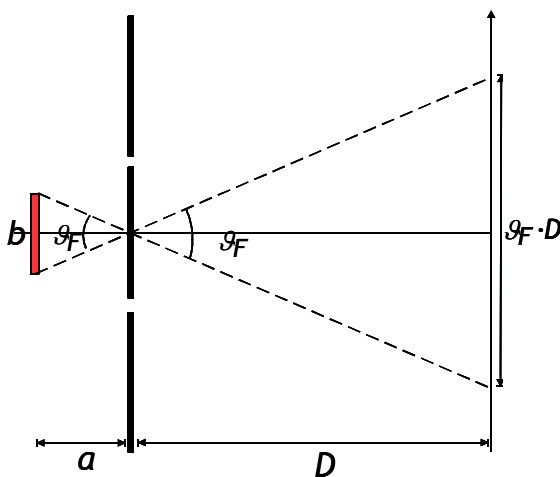
viene dado por: $\frac{\lambda D}{d} = \Delta x$. En el programa se puede elegir entre la ecuación (1.2), o la ecuación sin aproximaciones. Si

hay una lámina delante de una de las rendijas, la diferencia de fase vendrá dada por

$$\delta(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{2xd}{r_1 + r_2} + e(n-1) \right) \tag{1.3}$$

Influencia de la anchura de la rendija

En el caso de una rendija ancha de anchura b , la intensidad venía dada por



$$I = 2E^2 b \left(1 + \frac{\sin \frac{\pi b d}{a \lambda}}{\frac{\pi b d}{a \lambda}} \cos \frac{2\pi x}{\Delta x} \right) \tag{1.4}$$

Con lo que la visibilidad de las franjas quedará

$$V = \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{I_{MAX} + I_{MIN}} = \frac{\sin \frac{\pi b d}{a \lambda}}{\frac{\pi b d}{a \lambda}} = \frac{\sin \frac{\pi \theta_F d}{\lambda}}{\frac{\pi \theta_F d}{\lambda}} \tag{1.5}$$

Donde $\theta_F = b/a$ es el tamaño angular de la fuente vista desde el plano de la doble rendija. La visibilidad

disminuye al aumentar el tamaño de la fuente, sin que se modifique la separación entre las franjas. La visibilidad se anula cuando la proyección geométrica de la fuente sobre la pantalla es igual a la interfranja:

$$\theta_F d / \lambda = 1 \Rightarrow \theta_F = \lambda / d \Rightarrow \theta_F D = \lambda D / d = \Delta x$$

FUNCIÓN COHERENCIA TEMPORAL $G(\tau) = \langle U^*(t)U(t+\tau) \rangle$

GRADO DE COHERENCIA TEMPORAL $g(\tau) = \frac{G(\tau)}{G(0)} = \frac{\langle U^*(t)U(t+\tau) \rangle}{\langle U^*(t)U(t) \rangle}$; $0 \leq |g(\tau)| \leq 1$

DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA $S(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau$; $G(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\nu) e^{i2\pi\nu\tau} d\nu$

Es decir, la función de coherencia temporal y la densidad espectral de potencia están relacionadas mediante una transformada de Fourier.

En el caso de luz parcialmente incoherente la distribución de intensidad venía dada por

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |g_{12}| \cos \varphi \quad (1.6)$$

En el caso de tener además una rendija ancha, he aproximado la distribución de intensidad por

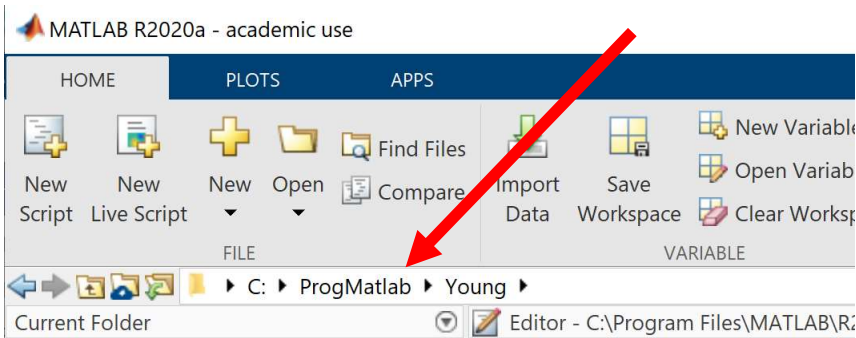
$$I = 2I_0 (1 + V |g_{12}| \cos \varphi) \quad (1.7)$$

Donde V viene dado por la ecuación (1.5)

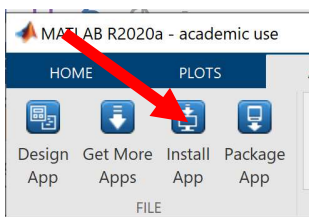
3 INTERFAZ CON EL USUARIO

Podéis descargar Matlab, en la página

<https://es.mathworks.com/academia/tah-support-program/eligibility.html>



Una vez descargado e instalado, lanzad Matlab. Cuando se abra, seleccionad la carpeta donde tengáis el applet



Podéis instalar la aplicación de la manera siguiente: Lanzad Matlab. En la ventana principal “pulsad” el botón “Install App” en el cuadro de diálogo que sale seleccionado “Young Interferometer.mlappinstall” y seguid las indicaciones. Aparecerá en la lista de Aplicaciones. Para lanzarla pulsad en el icono correspondiente.

También podéis utilizar el fichero con el código ejecutable. En este caso tendréis que instalar el “run time” correspondiente de Matlab, si no tenéis Matlab instalado.

3.1 PARÁMETROS DE ENTRADA

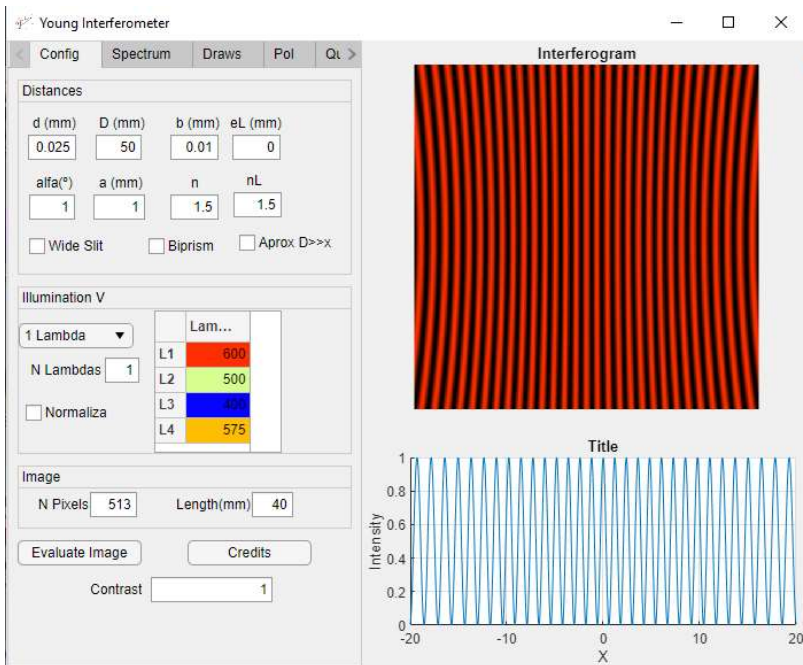


Figura 3-1 Ventana principal de la interfaz con el usuario.

Al iniciar el programa se muestra la ventana de la Figura 3-1. A la izquierda están todas las herramientas para cambiar los parámetros del interferómetro. A la derecha arriba se muestra la figura de interferencia que aparecería en una pantalla colocada a una distancia D de la doble rendija. A la derecha abajo se muestra la línea central de la figura.

Las dimensiones de la pantalla y el muestreo de la misma se controlan mediante los parámetros

Imagen	
N Puntos	513
Longitud(mm)	20

Al calcular la diferencia de camino se pueden utilizar las expresiones exactas o la aproximación $D \gg x, y$

 Aprox $D \gg x$

En la Figura 3-2 se muestra la figura del interferómetro simulado. Existen varios modos de operación

Doble Rendija con anchura infinitesimal. Mostrado en la Figura 3-2, parte superior. Los parámetros a modificar en este caso son: (d) distancia entre las rendijas S_1 y S_2 , (D) distancia entre el plano de las rendijas y la pantalla, (eL) espesor de la lámina, (nL) índice de la lámina, métodos de iluminación.

Doble Rendija con anchura finita. Mostrado en la Figura 3-2, parte superior. Los parámetros a modificar en este caso son: (d) distancia entre las rendijas S_1 y S_2 , (D) distancia entre el plano de la rendija y la pantalla, (eL) espesor de la lámina, (nL) índice de la lámina, métodos de iluminación; (b) anchura de la rendija S ; (a) distancia entre la rendija S y el plano de las rendijas secundarias S_1 y S_2 .

Biprisma de Fresnel, con rendija infinitesimal o ancha. Mostrado en la Figura 3-2, parte inferior. Los parámetros a modificar en este caso son: (D) distancia entre el plano de las rendijas y la pantalla; (a) distancia entre la rendija y el biprisma; (n) índice de refracción del biprisma; (α) ángulo del biprisma, métodos de iluminación, (eL) espesor de la lámina, (nL) índice de la lámina.

Doble rendija iluminada con polarizaciones diferentes. Se utiliza la pestaña "Pol". Además de los parámetros anteriores, se supone que cada rendija se ilumina con polarizaciones ortogonales. Hay que dar el azimut y elipticidad del primer estado, y automáticamente se calcula el estado ortogonal. Además, se sitúa un detector elíptico a la salida.

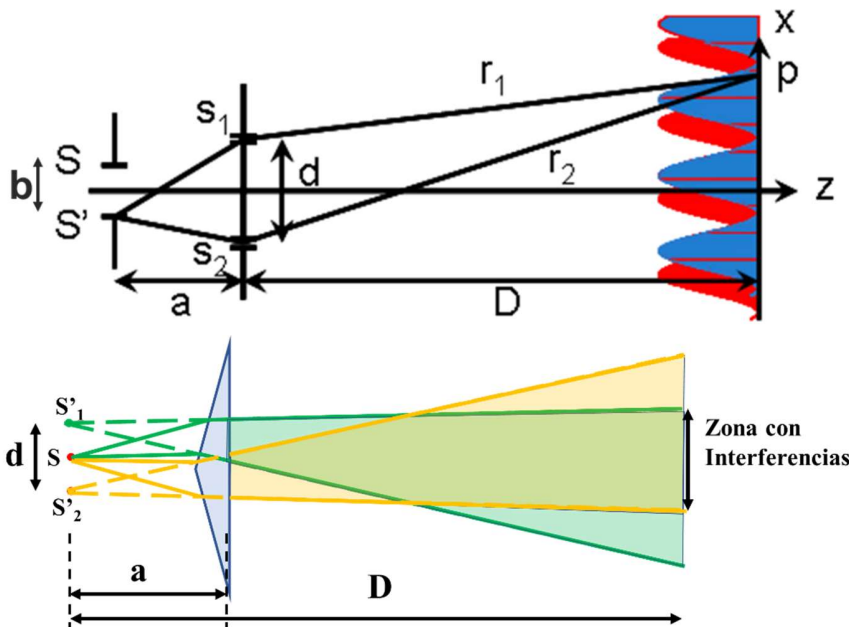
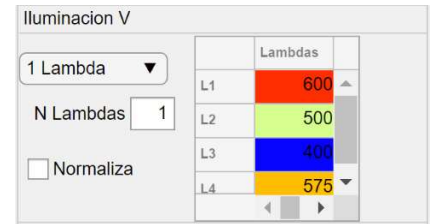


Figura 3-2.- Parámetros del interferómetro

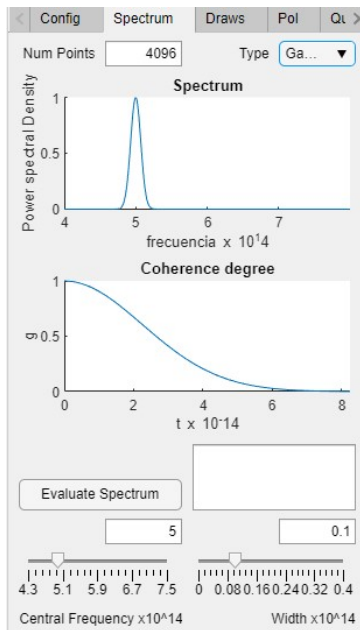
Para seleccionar el modo de rendija ancha hay que marcar la casilla "Rendija Ancha"

Para seleccionar el modo biprisma de Fresnel hay que marcar la casilla “Biprisma”

Por último, se pueden utilizar varios métodos de iluminación: 1,2,4 lambdas y distribución espectral. Las longitudes de onda discretas se pueden modificar cambiando el valor numérico de la casilla. El color de la misma se modifica automáticamente tratando de simular el color con el que se verían.



Para modificar el espectro hay que ir a la pestaña “Espectro”



Se pueden seleccionar varios parámetros:

- EL número de puntos (Num Puntos), conviene que sea potencia de 2, ya que después se realiza una transformada de Fourier
- El tipo de espectro: Constante, Gaussiano, doblete, doblete del sodio, Mercurio, lectura desde fichero
- En los dos primeros se puede seleccionar la frecuencia central y la anchura en frecuencias
- En el doblete, las dos longitudes de onda se seleccionan de la pestaña “config”, y la anchura dada en esta pestaña. Tanto en este como en el doblete del sodio y el mercurio se simulan líneas gaussianas
- El fichero ha de ser una hoja de Excel. En la primera casilla se puede introducir un comentario sobre el espectro. En la segunda fila, primera columna, se da el número de puntos n que va a tener el espectro. A partir de la tercera fila, se escriben dos columnas, en la de la izquierda van las longitudes de onda, y en la derecha el valor de la intensidad del espectro. Las longitudes de onda han de ser equiespaciadas

Al pulsar el botón “Calcula Espectro”, se calcula el espectro y el grado de coherencia temporal (g) y se muestran en la figuras correspondientes. El grado de coherencia g se da en función del tiempo de retraso entre los dos brazos. Solo se dan valores de t para los que g tiene un valor “significativo”.

Estos pasos son necesarios antes de utilizar la opción de cálculo del interferograma usando espectro.

3.2 RESULTADOS

Cada vez que se pulsa el botón “Evalúa Imagen” se recalculan los resultados

Como resultados se muestran una imagen y un gráfico lineal.

1 longitud de onda

La imagen se muestra en el color correspondiente, y el gráfico lineal sólo muestra una gráfica en trazo grueso

2 longitudes de onda

La imagen se muestra en colores. Cada longitud de onda se intenta representar en su color

La gráfica lineal muestra 3 líneas: dos líneas finas correspondientes a cada longitud de onda y una gruesa correspondiente a la suma de intensidades.

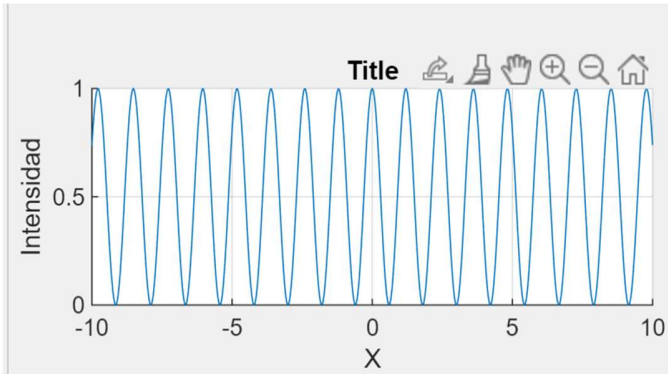
4 longitudes de onda

Se muestra en colores, y el gráfico lineal sólo muestra una gráfica en trazo grueso correspondiente a la intensidad

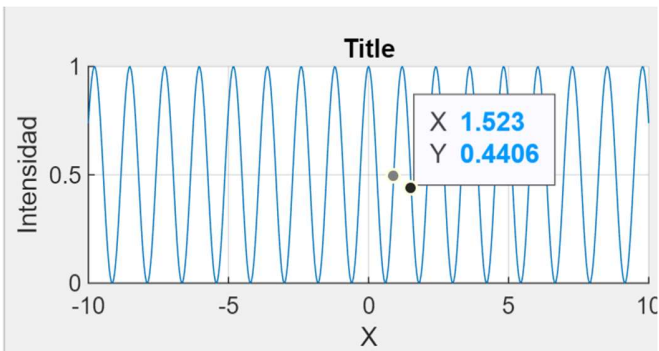
Espectro

Se representa en tonos de gris, y el gráfico lineal sólo muestra una gráfica en trazo grueso correspondiente a la intensidad

OJO!!! En este caso, como la longitud de coherencia es finita, el contraste puede ser muy bajo si d no es muy pequeño



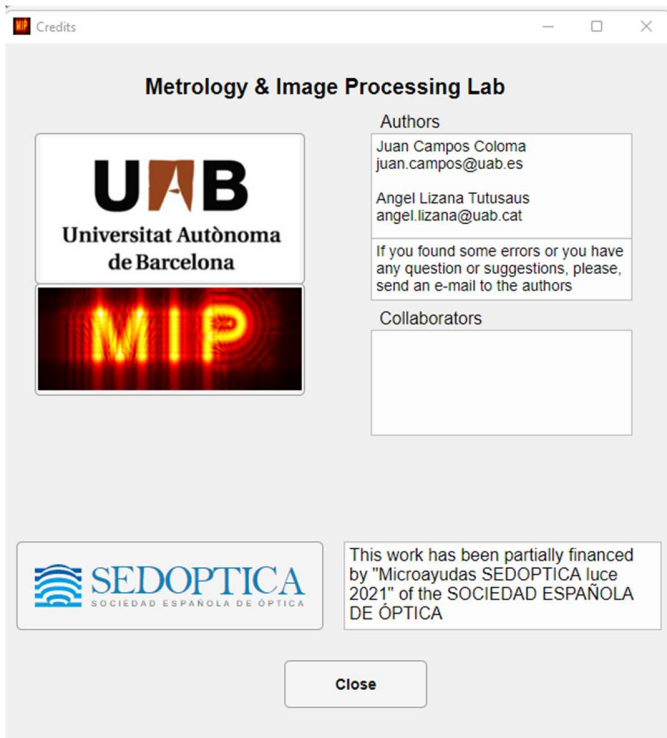
Al pasear el ratón por encima del gráfico aparecen unos iconos que os permitirán ampliar una zona del dibujo o guardarlo en fichero o portapapeles.



Sin tener ningún icono seleccionado podéis "clickear" sobre la gráfica y os dará las coordenadas del punto. De esta manera podéis medir la interferencia

El valor del contraste aproximado se da en la casilla

Contraste

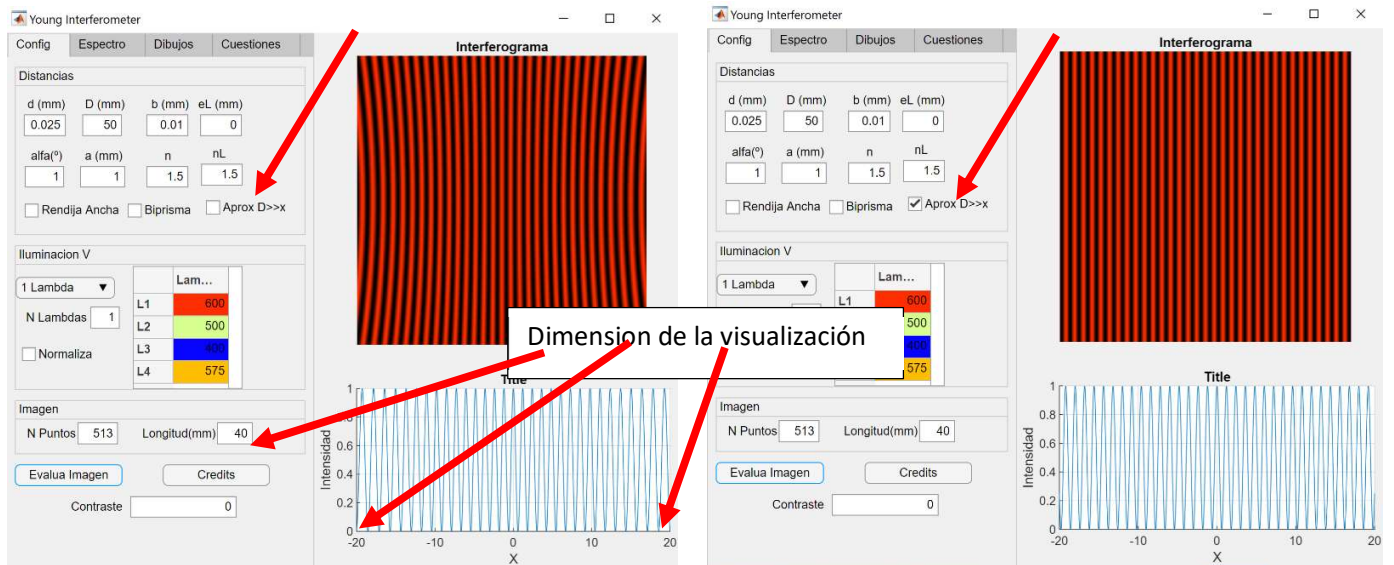


Al pulsar el botón "Credits" se muestra información sobre los autores en una nueva ventana

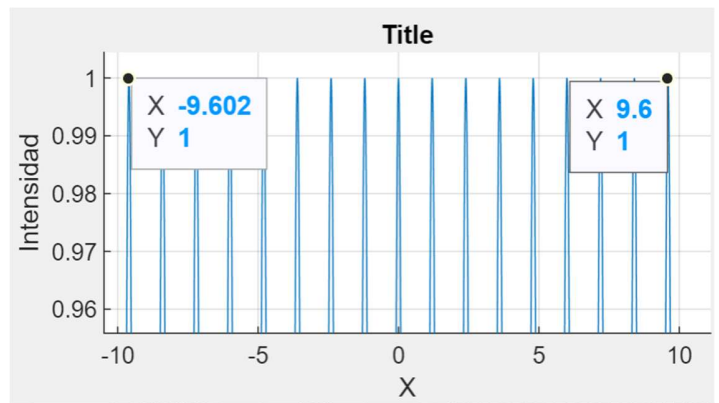
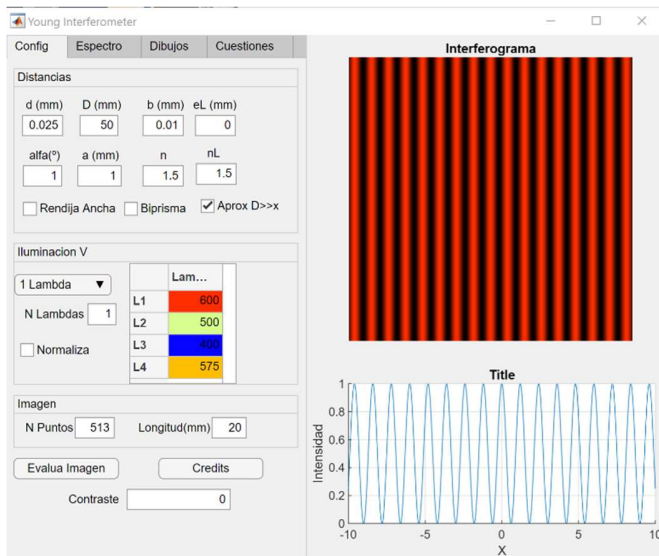
Pulsando en las diferentes imágenes se abren las ventanas de la UAB (Universitat Autònoma de Barcelona), del grupo MIP, o de SEDOPTICA (Sociedad Española de Óptica)

4 ENTRENAMIENTO CON EL PROGRAMA

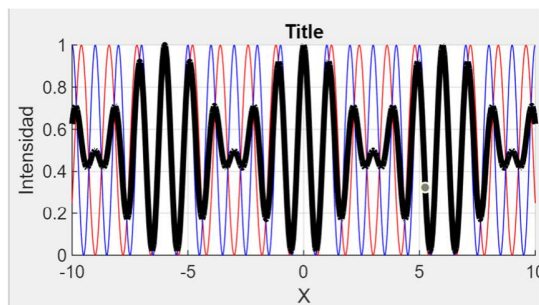
4.1 CÁLCULO EXACTO O APROXIMADO



4.2 MEDIDA DE LA INTERFRANJA



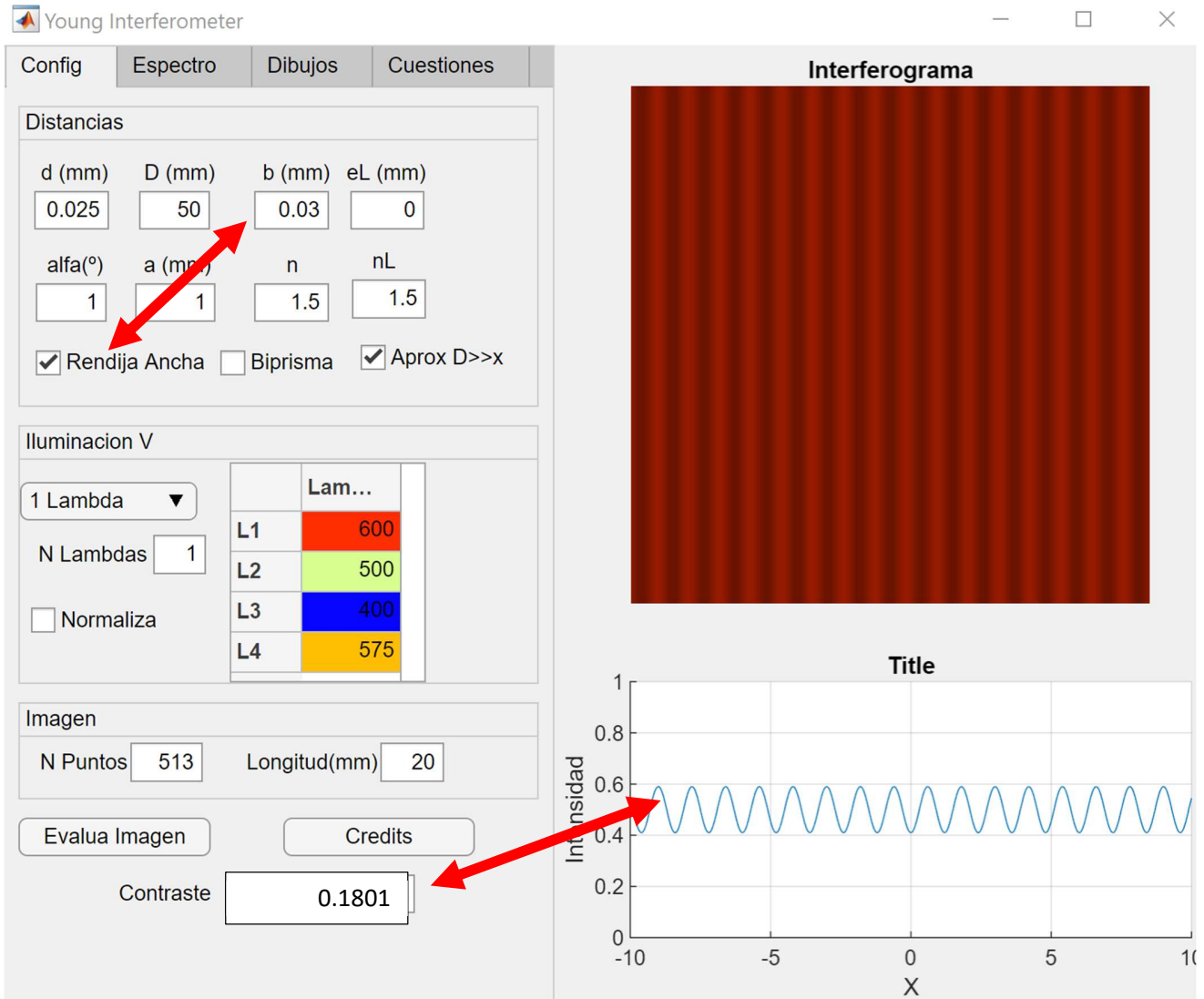
Con la herramienta zoom se puede ampliar un rectángulo del dibujo. Después se deselecciona la herramienta y se va pulsando con el ratón en la gráfica. Hay que seleccionar el punto X para el que el valor Y sea prácticamente 1. En este caso, la distancia $\Delta x = 9.6 - (-9.602) = 19.202$ la interfranja vendrá dada por $\Delta x / 16$



Dos longitudes de onda. La primera longitud de onda se dibuja en rojo y la segunda en azul. En negro se dibuja la suma de irradiancias. En el caso de la figura se pueden observar los batidos producidos al sumar dos funciones sinusoidales con frecuencias parecidas

4.3 RENDIJA ANCHA

Al usar una rendija ancha disminuye el contraste

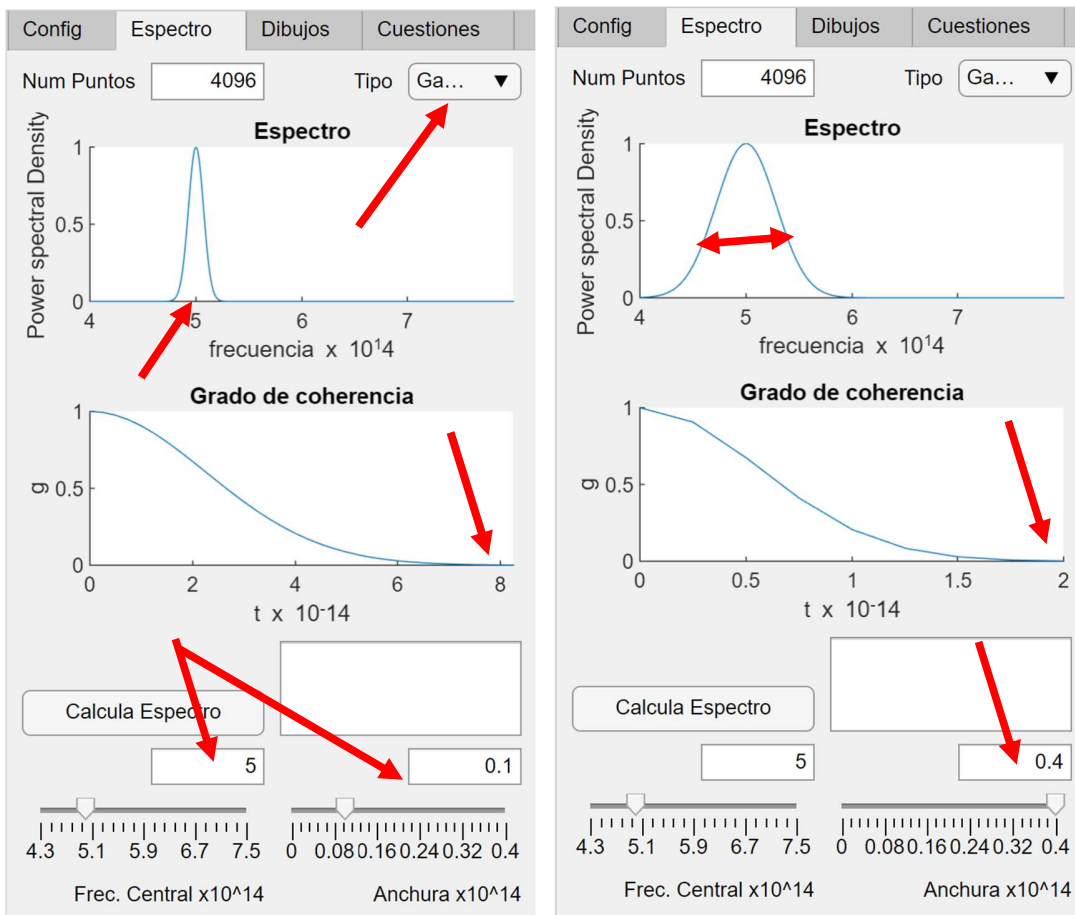


4.4 USO DE UN ESPECTRO

En la Pestaña "Espectro", hay que seleccionar el tipo de espectro. En la figura se ha seleccionado Gaussiano.

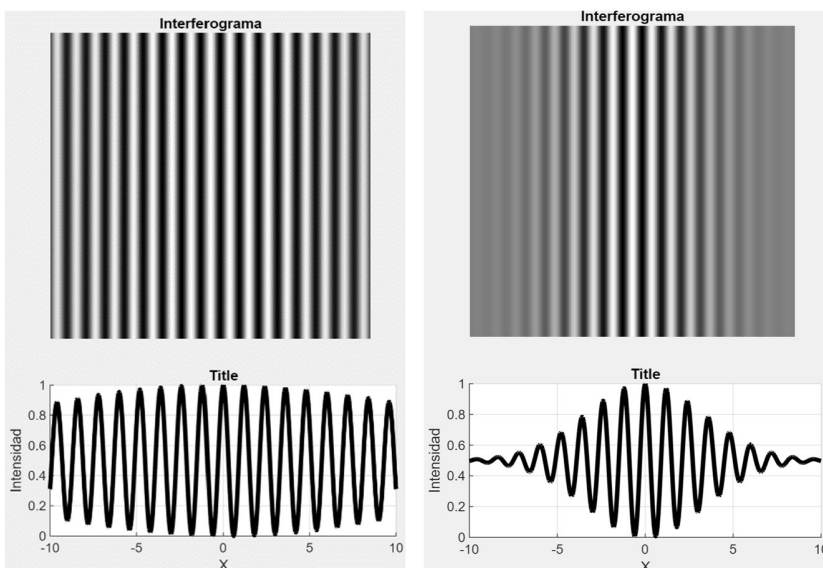
También hay que seleccionar la frecuencia central y el ancho en frecuencias. En las figuras de abajo hay seleccionados dos anchos de banda diferentes. Al pulsar el botón "Calcula Espectro", se calcula el espectro y el grado de coherencia g.

A continuación, se calcula la imagen



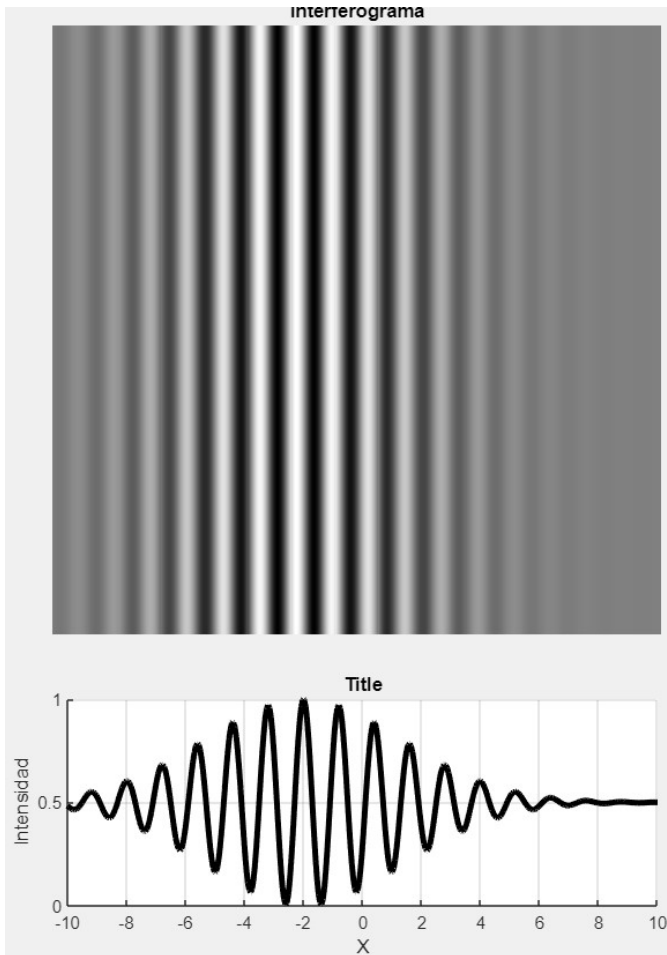
Notad como disminuye el contraste a medida que aumenta el ancho de banda, es decir disminuye el grado de coherencia.

El máximo contraste se da cuando la diferencia de camino es igual a cero.



4.5 USO DE UN ESPECTRO ANCHO Y UNA LÁMINA DELGADA

En este caso se suma un camino óptico a una de las rendijas, con lo que la franja correspondiente a una diferencia de camino óptico igual a cero se desplaza.



4.6 RENDIJAS CON POLARIZACIONES ORTOGONALES

Hay que seleccionar la polarización de la rendija 1 “Pol 1”: Azimut y elipticidad. Se calcula de manera automática el estado ortogonal para la segunda rendija. Estos dos estados definen un vector VR que utilizaremos más adelante

Se selecciona el tipo de detector: Lineal, Contraste Constante, Contraste variable.

Se va cambiando en un bucle (N pasos) el estado de polarización del detector utilizado, utilizando uno de los tres esquemas anteriores

Lineal: Se utiliza un polarizador lineal que va girando. En cada paso se calcula la imagen del interferograma y la línea central.

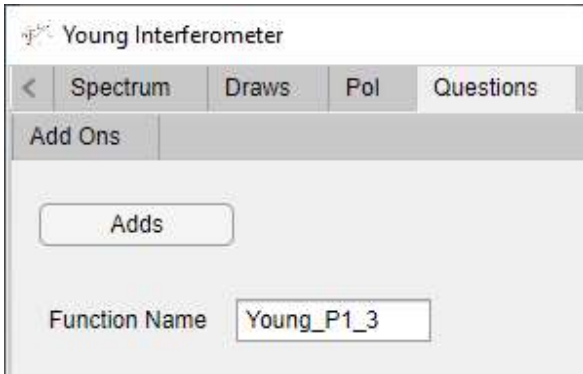
Contraste Constante: A partir del vector VR se calcula el plano ortogonal al mismo. Se va variando el estado de polarización, empezando por un estado lineal dado por el corte de este plano con el ecuador y girándolo alrededor del vector VR. Se comprueba que el contraste es constante y máximo.

Contraste variable: En este caso se parte de un detector igual a uno de los estados y se va variando a lo largo del plano meridiano que contiene a los dos estados de polarización.

En todos los casos se dibujan los estados de polarización en la esfera de Poincaré y las correspondientes elipses de polarización.

5 INTERNAL VARIABLES & FUNCTIONS TO PROGRAM EXTENSIONS

The applet is programmed in a Matlab Class. Most of the internal variables & functions are public, so, you can access them to program some extensions



In the tab “Questions”=>”Add Ons” there is a button “Adds”. When clicked, the function with the name written in “Function Name”, in the image “Young_P1_3”, is launched. These functions have the following signature

```
function Young_P1_3(ClassName, TGroup)
ClassName is the name of the class, and then with this you can access to the public variables and methods, as explained below.
```

```
TGroup is the name of the TabGroup in which you can include new tabs with the functionality you program.
```

Creation of a new Tab

```
% Create Tab
Tab = uitab(TGroup);
Tab.Title = 'Question1';
```

Creation of an Edit Field

```
% Create DpropEditFieldLabel
DpropEditFieldLabel = uilabel(Tab);
DpropEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
DpropEditFieldLabel.Position = [18 424 41 22];
DpropEditFieldLabel.Text = 'D prop';
```

```
% Create Dprop1
Dp = uieditfield(Tab, 'numeric');
Dp.Position = [64 424 70 22];
```

reading a value and assigning it to a public variable

```
d = Dp.Value;
ClassName.p_d = d;
```

Calling to a public function

```
Calcula1L_P(app)
```


5.1 PARAMETERS

Some of the public parameters are listed below. The displayed parameters are the initial ones.

These parameters can be changed directly, and the values will be used in the interferogram evaluation

```
p_Li = 20; % Length in mm of the image (the image is square)
p_Npi = 513; % Number of pixels of the image (square image)
p_Np1D = 8191; % Number of points for the linear graphic

p_D = 50; % Distance D (mm) between the slits and the image screen
p_d = 0.025; % Separation d (mm) between the slits
p_b = 0.01; % Width b(mm) of the main slit in case to use the option of wide slit
p_a = 1; % Distance a (mm) between the slit and the Fresnel biprism in case of use it
p_alfa = 1; % Fresnel biprism angle in degrees in case of use it
p_ri = 1.5; % Refraction index of the Fresnel biprism
p_nL = 1.5; % Refraction index of the optional film placed in front of one slit
p_eL = 0; % Depth of the optional film placed in front of one slit

p_Use_ra = 0; % 0=Narrow Slit; 1=Wide Slit
p_Use_BF = 0; % 1=Use Fresnel Biprism; 0=Do not use Fresnel Biprism
p_Use_apr = 0; % 1=Use Approximation  $D \gg x, y$ ; 0=Exact evaluation of the Path difference
p_Only_1D = 0; % 1=Only linear graph is evaluated 0=Square image is evaluated

Ls = zeros(4,1); % Wave-Lengths
```

5.2 FUNCTIONS

5.2.1 `function` Calcula1L_P(app)

Evaluates the interferogram with only 1 wavelength: Ls(1)

Shows the interferogram image in the color of the wavelength.

Shows the central line in the linear graph

5.2.2 `function` Calcula2L_P(app)

Evaluates the interferogram with 2 wavelength: Ls(1) and Ls(2)

Shows the interferogram image in the addition of colors of the 2 wavelengths.

Shows the 2 central lines and the addition of both in the linear graph

5.2.3 `function` Calcula4L_P(app)

Evaluates the interferogram with 4 wavelength: $Ls(1)$, $Ls(2)$, $Ls(3)$ and $Ls(4)$

Shows the interferogram image in the addition of colors of the 4 wavelengths

In the linear graph shows the addition of the intensities

5.2.4 [function](#) `CalculaDif_P(app)`

Evaluate the image coordinates and the path differences